

**Tentamen i Flervariabelanalys, TNIU73, 2004-10-19, 14.00–19.00**

Inga hjälpmedel är tillåtna. Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng.

För betyg 3 på tentamen räcker minst 7 poäng. För betyg 4 och 5 räcker minst 11 poäng respektive 15 poäng.

---

1. Undersök följande gränsvärden

(a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ .

(b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ .

2. Räkna ut följande integraler

(a)  $\iint_D y \, dx \, dy$ , där  $D$  är triangeln med hörn i  $(0,0)$ ,  $(1,1)$  och  $(2,0)$ .

(b)  $\iint_D x \, dx \, dy$ , där  $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

3. Bestäm konstanterna  $a$  och  $b$  så att planet  $4x + 4y - z = 6$  blir ett tangentplan till ytan  $z = ax^2 + by^2$  i punkten  $(2, 1, 6)$ .

4. Bestäm största och minsta värde till funktionen

$$f(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 4)$$

i området  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

5. Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner som uppfyller ekvationen

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

genom att sätta  $x = v$  och  $y = u - v$ .

6. I en sfär med centrum i origo och med radien 2 borrar ett hål parallellt med  $z$ -axeln. Hålets tvärsnittsytta i  $xy$ -planet är en cirkel med centrum i  $(1, 0)$  och radien 1. Bestäm volymen hos kroppen som blir kvar efter att hålet har borrats ut.

