

Tentamen i Flervariabelanalys, TNIU73, 2005-01-11, 8.00–13.00

Inga hjälpmedel är tillåtna. Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng.

För betyg 3 på tentamen räcker minst 7 poäng. För betyg 4 och 5 räcker minst 11 poäng respektive 15 poäng.

1. Bestäm de punkter på ytan $z = 2x - x^2 - 2xy + y^3$ i vilken tangentplanet är parallellt med planet $2x + y - z = 0$.
2. Räkna ut följande integraler

(a) $\iint_D y \, dx \, dy$, där $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \text{ och } x^2 \leq y \leq x\}$.

(b) $\iint_D x \, dx \, dy$, där $D = \{(x, y) : x, y \geq 0, y \leq x \text{ och } x^2 + y^2 \leq 1\}$.

3. Bestäm om möjligt största och minsta värde till funktionen

$$f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)/2}$$

på området $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

4. Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner som uppfyller ekvationen

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad x > 0,$$

genom att sätta $x = e^u$ och $y = u + v$.

5. Beräkna volymen av kroppen mellan ytan $z = x^2 + y^2$ och planet $z = 2y + 3$.
6. Bestäm de punkter på ellipsoiden $x^2 + y^2 + 2z^2 + x + 2y = 10$ som ligger närmast origo.