Lösningsförslag till
Tentamen TNM077, 3D datorgrafik och animering
(samt även omtentamen TNM008)
2004-03-13

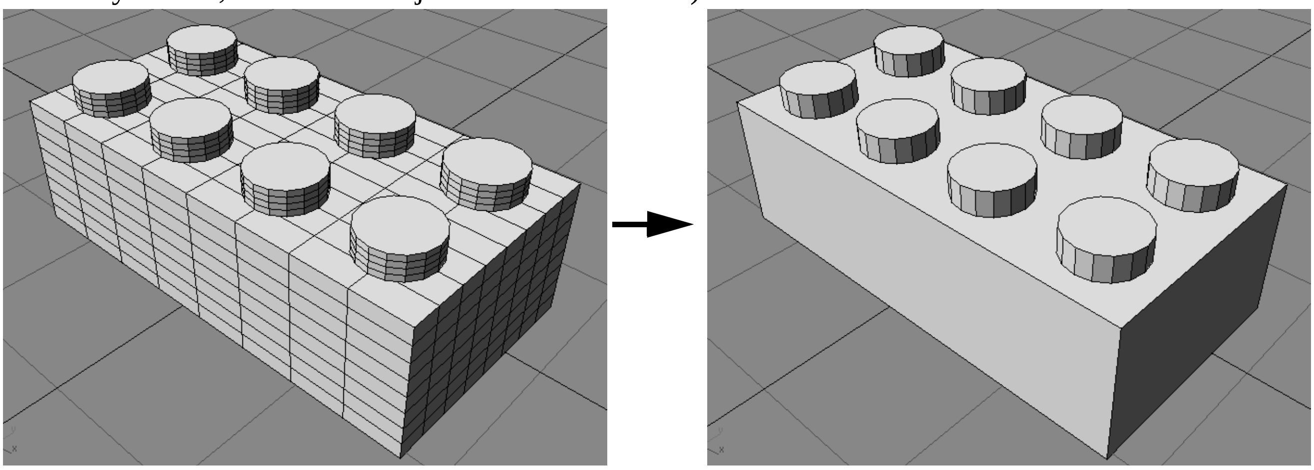
Lösningsförslag, inte facit

Dessa lösningsförslag är just förslag till lösningar, inte något facit. Det finns på många av de beskrivande frågorna flera olika svar som ger full poäng, och på alla frågor finns olika grader av nästan rätta eller inte helt fullständiga svar som fortfarande ger hyggligt många poäng. Dessa svar är tämligen kortfattade, men tillräckligt utförliga för att de skulle ha gett full poäng i bedömningen.

Stefan Gustavson 2004-03-13

Uppgift 1

a) De plana ytorna på den stora boxen har flera delsegment både på bredden och höjden. Detta är helt onödigt. För att beskriva en plan yta räcker det med en enda polygon. De 8x8=64 rektanglarna på varje sida kan alltså ersättas med en enda rektangel för varje sida, vilket gör modellen *mycket* enklare.
De cylindriska knopparna har flera segment på höjden. Detta är också helt onödigt, eftersom de är helt raka på den ledden. Segmenten på höjden kan slås ihop till ett enda, vilket gör modellen betydligt enklare. (En del av de sparade polygonerna kan man eventuellt i stället ägna åt att göra fler segment runtom cylindern, för att få en mjukare rundad kontur.)



b) Knopparna kan fås att se rundare ut genom så kallad interpolerad shading. Det som ligger till grund för beräkningarna av ljusreflexionen är ytans normalvektor. I den befintliga modellen används polygonernas verkliga normaler, så kallade “face normals”, så att ytan ser fasetterad ut. I stället kan man definiera normalvektorer för varje hörnpunkt, “vertex normals”, och interpolera antingen ljusreflexionsvärdet (Gouraud shading) eller själva normalens riktning (Phong shading) mellan hörnen. Ljuset kommer då att variera över ytan som om den vore krökt. Objektets konturer kommer fortfarande att vara kantiga, men det har oftast en avsevärt mindre betydelse.

c) De upphöjningar som avses är små jämfört med modellens storlek, så man kan med fördel använda så kallad “bump mapping” för att modellera dem. Man ändrar i detta fall inte alls på ytans plana form, utan man använder en texturbild, en “bump map”, för att lokalt förändra normalens riktning som om ytan vore ojämn. Metoden kräver inga extra polygoner i modelleringen, bara extra beräkningar i renderingen, och dessa extra beräkningar är inte särskilt krångliga eller tidskrävande.

Uppgift 2

a) Skuggan kan genereras på flera sätt. En skarp skugga som den i figuren kan med fördel genereras med raytracing, där man för varje punkt i scenen där shadingen skall beräknas kollar om ljuskällan är skymd av något annat objekt. Om ljuskällan är skymd räknar man helt enkelt inte med dess bidrag till shadingen. (Ett annat sätt att generera skuggor är med en skuggmapp, "shadow map", som dock är betydligt krångligare att beskriva.)

b) Man kan lägga på en konstant term i den lokala ljusmodellen som beräknar shadingen, så kallat "ambient light", så att de delar av scenen som inte belyses direkt av någon ljuskälla i alla fall får litet ljus på sig. Det blir inte så snyggt, men det blir ofta bättre än ingenting. (I just detta fall blir det dock erbarmligt dåligt, eftersom det bara finns en enda ljuskälla i scenen. Insidan av legobiten får en konstant färg och blir helt detaljlös.)

c) För att modellera diffusa reflexioner bättre kan man t ex använda radiosity-metoden för renderingen. Man beräknar då i ett förbehandlingssteg hur stor rymdvinkel varje polygon i scenen upptar sett från ytan av varje annan polygon. Med hjälp av denna information kan man sedan beräkna hur ljus reflekteras diffust mellan ytor, och få en betydligt bättre modellering av det diffusa allmänljuset i scenen än ett konstant "ambient light". Diffusa, utbredda ljuskällor hanteras på ett generellt sätt, skuggor lättas upp och tidigare mörka delar av scenen får ett mjukt, indirekt ljus. Bilden blir mycket mer realistisk, dock till en hög beräkningskostnad.

d) För de perfekta och detaljerade reflexionerna i figuren fungerar raytracing ("strålföljning") bra. (Andra sätt att skapa reflexioner finns, men i detta fall ger de sämre resultat eller blir krångligare att använda.) För varje punkt i bilden följer man en stråle från ögat (eller kameran) och ser var den träffar ett objekt. I träffpunkten beräknar man shadingen med en lokal ljusmodell, men man följer också en stråle som reflekteras från ytan vidare genom scenen och kollar var den träffar. Detta kan om man så önskar göras i flera steg, eventuellt rekursivt, för att modellera multipla speglande reflexioner mellan väldigt blanka ytor. För scenen i figuren räcker det säkerligen med att följa den reflekterade strålen ett eller kanske två steg. Raytracing kan också hantera transparenta objekt som bryter ljuset, men det är inte aktuellt här eftersom objekten är ogenomskinliga. Raytracingen för reflexionerna innebär därför i detta fall inte några väsentliga mängder merarbete för renderingen.

Uppgift 3

a) Det är lämpligt att välja kroppen som rotnod i grafen. Andra lösningar kan tänkas, men de blir krångligare att animera på ett generellt sätt. En fullständig scengraf visas i figuren på nästa sida, med kommentarer om vad de olika transformationsgrupperna (TG) representerar. De animerade transformationsgrupperna markeras med tjockare kantlinjer, övriga transformationer ändras inte vid animering.

b) Samtliga leders rotationsvinklar skall ändras. Kroppen skall roteras en negativ vinkel $-\alpha$, höger ben skall roteras en positiv vinkel α med samma belopp, vänster ben skall roteras en negativ vinkel $-\beta$, höger arm skall roteras en positiv vinkel γ, vänster arm en negativ vinkel $-\delta$ och huvudet en negativ vinkel $-\eta$.

c) Det räcker med att man lägger in två fasta rotationer mellan translationen och den animerade rotationen för de båda armarna, på de ställen som markerats med X i figuren på nästa sida. Rotationen för figurens vänsterarm skall vara $-\varphi$ runt z-axeln, rotationen för högerarmen skall vara φ runt z-axeln.

Uppgift 4

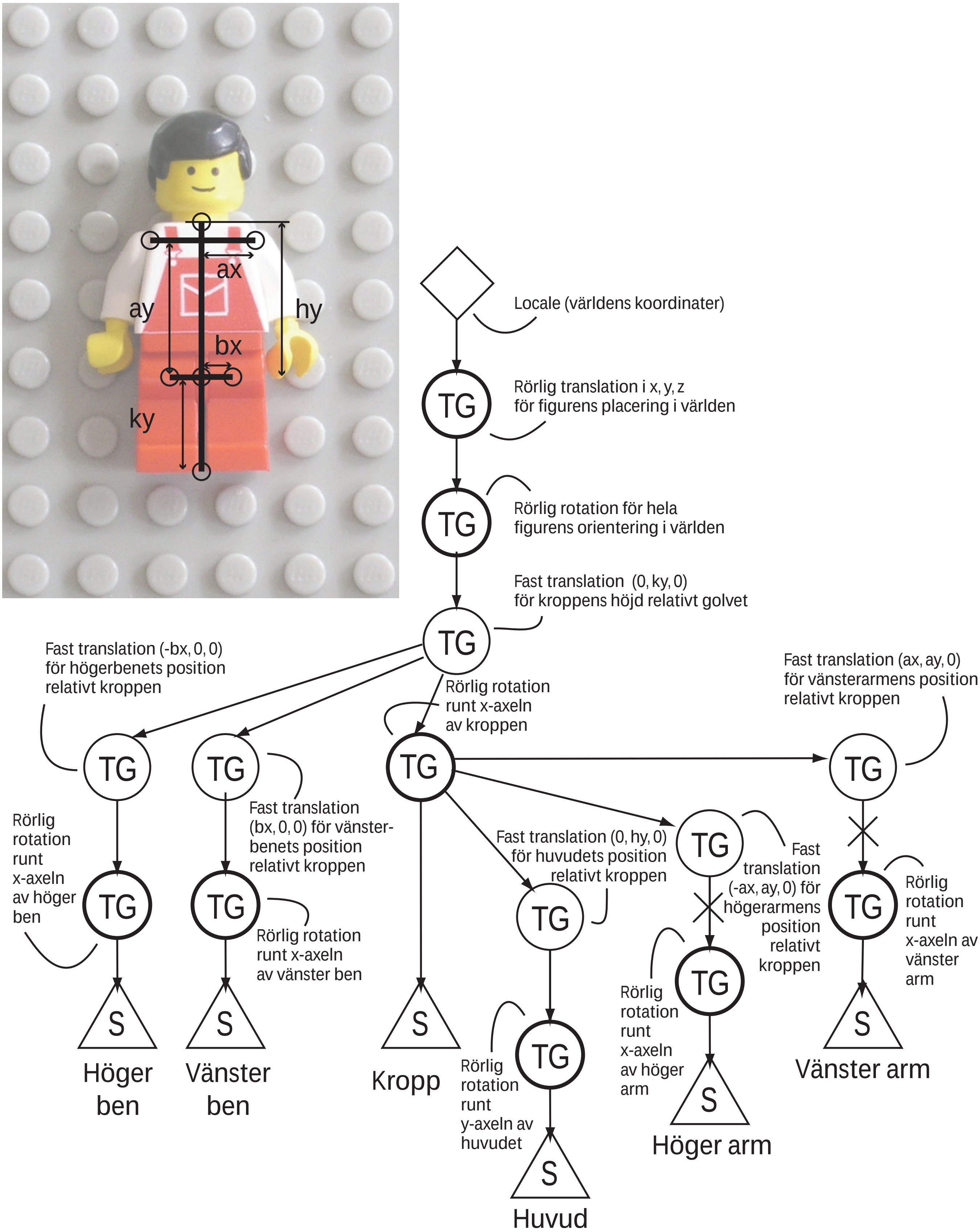
a) Bilen kan få röra sig längs en fördefinierad kurva. Så kallad "scripting" funkar bra.

b) Denna sekvens av enklare rörelser med inbördes timing görs enkelt med direkt keyframing.

c) En luftfärd och några studsar mot marken kan båda beräknas via enkel fysikalisk modellering.

d) Ett stort antal likadana saker som flyger iväg kan med fördel animeras som ett partikelsystem.

e) En människas naturliga och komplicerade rörelser kan efterbildas med motion capture.



ax
ay
hy
bx
ky
Locale (världens koordinater)
TG
Rörlig translation i x, y, z
för figurens placering i världen
TG
Rörlig rotation för hela
figurens orientering i världen
Fast translation (0, ky, 0)
för kroppens höjd relativt golvet
TG
Fast translation (-bx, 0, 0)
för högerbenets position
relativt kroppen
Rörlig rotation
runt x-axeln
av kroppen
Fast translation (ax, ay, 0)
för vänsterarmens position
relativt kroppen
TG
TG
TG
TG
Fast translation
(bx, 0, 0) för vänster-
benets position
relativt kroppen
Fast translation (0, hy, 0)
för huvudets position
relativt kroppen
TG
Fast
translation
(-ax, ay, 0) för
högerarmens
position
relativt
kroppen
Rörlig
rotation
runt
x-axeln
av höger
ben
TG
TG
Rörlig rotation
runt x-axeln
av vänster ben
TG
TG
TG
Rörlig
rotation
runt
x-axeln av
vänster
arm
Rörlig
rotation
runt
x-axeln
av höger
arm
S
Höger
ben
S
Vänster
ben
S
Kropp
TG
Rörlig
rotation
runt
y-axeln av
huvudet
S
Vänster arm
S
Höger arm
S
Huvud

Uppgift 5

a) Enligt definitionen är slutet på det första kurvsegmentet $Q_1(1) = P_2$ (den tredje kontrollpunkten för Q_1), och början på det andra är $Q_2(0) = P_2$ (den andra kontrollpunkten för Q_2), vilket är exakt samma punkt. Kurvsegmenten hänger alltså ihop i skarven.

b) Kurvsegmentets tangent i startpunkten defineras som halva vektorn mellan den första och den tredje kontrollpunkten. Tangenten i slutpunkten definieras som halva vektorn mellan den andra och den fjärde kontrollpunkten. För Q_1 är tangenten i slutpunkten alltså lika med $(P_3 - P_1)/2$, och för Q_2 är tangenten i startpunkten lika med $(P_3 - P_1)/2$, vilket är samma vektor. Tangenterna har samma riktning och längd eftersom de är identiska, derivatan i skarven är därför kontinuerlig och det blir en mjukt rundad övergång mellan segmenten.

c) Ansätt ett allmänt kubiskt polynom $Q(u) = Au^3 + Bu^2 + Cu + D$.

Tangenten defineras via derivatan $\frac{d}{du}Q(u) = Q'(u) = 3Au^2 + 2Bu + C$.

De uppställda villkoren i definitionen ger direkt de fyra ekvationerna:

$$Q(0) = D = P_1$$

$$Q(1) = A + B + C + D = P_2$$

$$Q'(0) = C = \frac{1}{2}(P_2 - P_0)$$

$$Q'(1) = 3A + 2B + C = \frac{1}{2}(P_3 - P_1)$$

Att lösa ut A, B, C, D kan göras på traditionellt sätt genom successiv eliminering av obekanta, men det blir krångligt. Lösningen görs betydligt enklare genom att teckna en matrisekvation på formen:

$M_1\begin{bmatrix}A\\B\\C\\D\end{bmatrix} = M_2\begin{bmatrix}P_0\\P_1\\P_2\\P_3\end{bmatrix}$, vilket med värdena ovan insatta direkt ger $\begin{bmatrix}0&0&0&1\\1&1&1&1\\0&0&1&0\\3&2&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A\\B\\C\\D\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}0&2&0&0\\0&0&2&0\\-1&0&1&0\\0&-1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_0\\P_1\\P_2\\P_3\end{bmatrix}$

Lösningen till denna matrisekvation bör inte innebära några oöverstigliga problem för den som läst linjär algebra, och själva lösningsmetodiken redovisas inte närmare här. Lösningen blir:

$$\begin{bmatrix}A\\B\\C\\D\end{bmatrix} = M_1^{-1}M_2\begin{bmatrix}P_0\\P_1\\P_2\\P_3\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2&-2&1&1\\-3&3&-2&-1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&2&0&0\\0&0&2&0\\-1&0&1&0\\0&-1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_0\\P_1\\P_2\\P_3\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1&3&-3&1\\2&-5&4&-1\\-1&0&1&0\\0&2&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_0\\P_1\\P_2\\P_3\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}-P_0 + 3P_1 - 3P_2 + P_3\\2P_0 - 5P_1 + 4P_2 - P_3\\-P_0 + P_2\\P_1 2\end{bmatrix}$$

Om man skriver ut vad detta innebär enligt ansatsen blir det

$$Q(u) = \frac{1}{2}(-P_0 + 3P_1 - 3P_2 + P_3)u^3 + \frac{1}{2}(2P_0 - 5P_1 + 4P_2 - P_3)u^2 + \frac{1}{2}(-P_0 + P_2)u + \frac{1}{2}(2P_1)$$

En enkel omarrangering av termerna grupperade efter P_i ger:

$$Q(u) = \frac{1}{2}P_0(-u^3 + 2u^2 - u) + \frac{1}{2}P_1(3u^3 - 5u^2 + 2) + \frac{1}{2}P_2(-3u^3 + 4u^2 + u) + \frac{1}{2}P_3(u^3 - u^2)$$

Detta är den fullständiga ekvationen för kurvsegmentet. Polynomen $B_i(u)$ kan identifieras direkt:

$$B_0(u) = \frac{1}{2}(-u^3 + 2u^2 - u),\ B_1(u) = \frac{1}{2}(3u^3 - 5u^2 + 2)$$

$$B_2(u) = \frac{1}{2}(-3u^3 + 4u^2 + u),\ B_3(u) = \frac{1}{2}(u^3 - u^2)$$