Lösningsförslag till tentamen

TNM061 samt TNM077 2007-06-05

Det som ges här är ofullständiga men rimligt tydliga lösningsskisser, inte ett facit. Fullständiga och glasklara lösningar tar ganska lång tid att göra, tid som jag tyvärr inte längre har.

Uppgift 1

a) Frågan är väsentligen densamma som på flera tidigare tentor. Svaret upprepas inte här. För full poäng krävs en tydlig och relevant figur, en fullgod förklaring av samtliga tre termer och deras ingående parametrar samt en förklaring av vad de båda skalärprodukterna innebär.

b) Frågan har ställts på flera föregående tentor, och svaret upprepas inte här. För poäng krävs en härledning, alltså beräkningar med motivering, inte bara en citering av det rätta svaret.

Uppgift 2

a) De fullständiga uttrycken för $x(u)$ och $y(u)$ med kontrollpunkternas koordinater insatta blir:

$$x(u) = (1-u)^3 0 + 3u(1-u)^2 a + 3u^2(1-u)1 + u^3 1$$

$$y(u) = (1-u)^3 1 + 3u(1-u)^2 1 + 3u^2(1-u)a + u^3 0$$

a) Kurvans kontrollpunkter är symmetriska, så kurvans mittpunkt motsvaras av $u = 1/2$. Sätt in det värdet samt värdet på a i ekvationerna för $x(u)$ och $y(u)$ och verifiera.

b) Kurvans radie r är dess avstånd till origo, alltså $r(u) = \sqrt{x(u)^2 + y(u)^2}$. Detta tillsammans med de fullständiga uttrycken för $x(u)$ och $y(u)$ ovan ger det sökta uttrycket. Uttrycket kan anges på detta sätt i separata delar och behöver inte förenklas, men för full poäng skall alla uttryck anges explicit, och det skall inte finnas några obekanta kvar förutom u.

Uppgift 3

a) Det har getts tillräckligt många scengrafuppgifter på andra tentor för att det skall vara överflödigt att ge svar på denna fråga här.

b) Antag att koordinatsystemen valts så att marken ligger i (x, y)-planet och helikopterkroppens lokala x-axel pekar i riktning framåt. "Framåt på konstant höjd" refererar då till denna lokala x-axels riktning projicerad till det globala (x, y)-planet. Denna vektor finns att hitta i transformationsmatrisen mellan helikopterns lokala och världens globala koordinater. Transformationsmatriserna i de transformationsgrupper som innehåller de tre rotationerna av helikopterns flygkropp multipliceras ihop, och den sökta riktningen är den första kolumnen i den sammanslagna matrisen, dock med z-komponenten nollställd för att betecka "på konstant höjd", och kanske dessutom normaliserad för prydlighets skull.

c) En translation i lokala koordinater ändrar rotationscentrum för alla föregående (överordnade) rotationer i grafen. Om man flyttar helikoptern framåt med en sådan translation kommer det inte att gå att rotera den utan att den dessutom flyttar sig. Hur mycket beror på hur långt man translaterade den dessförinnan, vilket är ganska oförutsägbart och naturligtvis inte önskvärt.

Uppgift 4

a) Liknande uppgifter har getts på föregående tentor. Den "översiktliga förklaringen" som efterfrågas här innebär att det t ex inte krävs en detaljerad förklaring av stoppvillkor eller exakt hur de nya strålarna beräknas, men det skall framgå att det kan skapas flera strålar i varje träffpunkt, och att de nya strålarna behandlas som ursprungsstålen (dvs att det sker en rekursion). Om figur saknas krävs en ytterst tydlig förklaring i ord för full poäng. En figur är bra att ha.

b) Man använder en enkel lokal ljusmodell, exempelvis den som beskrivs i uppgift 1. Man räknar endast med direkta bidrag från ljuskällor, ingen indirekt diffus reflexion (interreflexion).

c) Vid summeringen av ljusbidragen från ljuskällorna enligt b) kollar man med en stråle om något objekt ligger mellan ljuskällan och träffpunkten. Om så är fallet tas inte den ljuskällans bidrag med i summeringen. Detta ger geometriskt korrekta men skarpa och hårda skuggor.

Uppgift 5

a) Renderingen sker av effektivitetsskäl strikt primitiv för primitiv (en triangel, strängt taget en pixel i taget), och ingen del av pipelinen har kännedom om scenen som helhet. Detta omöjliggör algoritmer som raytracing eller radiosity, eftersom ingen del av grafikkortet har kapacitet för att lagra globala data för scenen eller söka i dessa data tillräckligt snabbt.

b) Grafikkort är specialgjorda för att klara endast vissa slags enkla beräkningar och vissa speciella sorters minnesåtkomst. Dessa beräkningar och minnesåtkonster låter sig lätt effektiviseras och parallelliseras, och det finns många parallella, snabba beräkningsenheter i ett grafikkort som delar på arbetet för att rita upp scenen. Huvudprocessorn i en dator måste klara helt generella beräkningar och kan inte skräddarsys lika hårt. Även om en modern huvudprocessor är väldigt snabb så gör den faktiskt bara en eller några få saker i taget.

Uppgift 6

a) Det som görs är det som klassiskt kallas "bump mapping", numera oftare implementerad som så kallad "normal mapping". Skillnaden mellan de båda är hårfin, så en beskrivning av endera metoden ger full poäng. Beskrivning finns i boken och i svaren till flera tidigare tentor.

b) Det som använts är "alpha mapping": en extra kanal i bilden beskriver genomskinlighet eller opacitet och används för att modulera transparensen hos en texturmappad yta. Tunna objekt som kan modelleras som en enda polygonyta kan därmed ges en godtyckligt komplicerad kontur och även hål och varierande halvtransparens utan att objekten blir mer geometriskt komplicerade.